



OPRM 2017
Nível 2 (8º e 9º ensino fund.)
Primeira Fase
09/06/17 ou 10/06/17
Duração: 3 horas

Nome: _____

Escola: _____

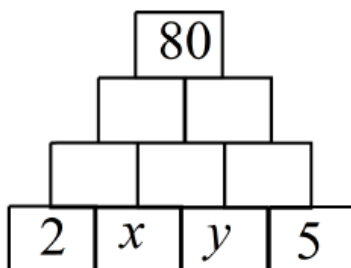
Aplicador(a): _____

INSTRUÇÕES

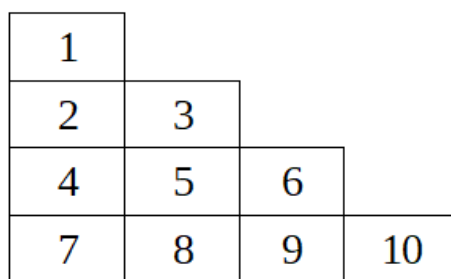
- Escreva seu nome, o nome da sua escola e nome do **APLICADOR(A)** nos campos acima.
- Esta prova contém 5 páginas (incluindo esta página de capa) e 20 problemas. Verifique se existe alguma página ou exercício faltando e, em caso afirmativo peça ao **APLICADOR(A)** para trocar sua prova.
- Esta prova é individual e sem consulta à qualquer material.
- O uso de aparelhos eletrônicos, como celular, tablet, notebook e calculadora, não são permitidos no decorrer da prova.
- A duração da prova é de 3 horas. Após esse tempo você terá 10 minutos extras para o preenchimento do gabarito oficial.
- Após o término do preenchimento, entregue ao **APLICADOR(A)** o gabarito oficial com as respostas.
- Esta prova precisa ser entregue ao **APLICADOR(A)** caso tenha sido aplicada no dia **09/06/17**.

BOA PROVA!

1. Sejam a e b inteiros tais que $(a + b\sqrt{2})^2 = 41 + 24\sqrt{2}$. O valor de $a^2 + b^2$ é
(A) 25 (B) 37 (C) 52 (D) $12 + 6\sqrt{2}$ (E) $25 - 12\sqrt{2}$
2. A soma de 27 inteiros consecutivos é 2646. A soma dos dígitos do menor destes inteiros é
(A) 8 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13
3. O número em cada caixa é o produto dos números nas duas caixas imediatamente abaixo dela. Neste caso o valor $x.y$ é:



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8
4. Considere a seguinte escada infinita de números



- Qual é a soma dos números que aparecem na linha de número 100?
- (A) 1.000.100 (B) 1.000.000 (C) 500.000 (D) 500.050 (E) 5.000.050
5. Seja n um número inteiro. Se o dígito da dezena de n^2 é 7, então o dígito da unidade de n^2 é
(A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) 6 (E) 9
 6. Sejam três números inteiros positivos a , b , c , distintos, menores ou iguais a 9. Se N é a soma de todos os números inteiros de três algarismos distintos que podem ser construídos usando como dígitos os números a , b , c , pode-se afirmar que:
(A) N pode ser um quadrado perfeito
(B) N é múltiplo de 9
(C) O quociente da divisão de N por 36 pode ser 37
(D) O maior valor possível para N é 5994
(E) N pode ser 444

7. Quantas soluções inteiras, isto é, quantos pares ordenados (x, y) de números inteiros, satisfazem a equação $5x^2 + 5y^2 + 6x + 2y = 98$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 5

8. Uma prova de matemática consiste de 30 problemas do tipo teste. Para quem faz esta prova a pontuação é calculada pela seguinte fórmula

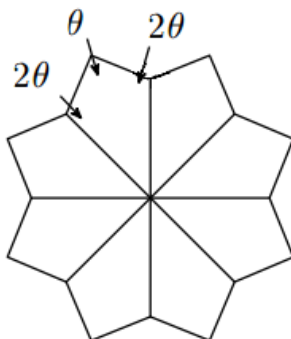
$$p = 30 + 4c - e$$

onde p é a pontuação final do candidato, c é o número de questões corretas e e é o número de questões erradas. Se o candidato não fez alguma questão esta questão não é contada como errada.

Marina fez esta prova de matemática e contou para João sua pontuação que foi maior que 80 pontos. Com esta informação João foi capaz de saber o número exato de questões que a Marina acertou. Caso Marina tivesse uma pontuação menor, mas ainda acima de 80 pontos, João não seria capaz de saber o número exato de questões que a Marina acertou. Com isso, a soma dos dígitos da pontuação final de Marina é

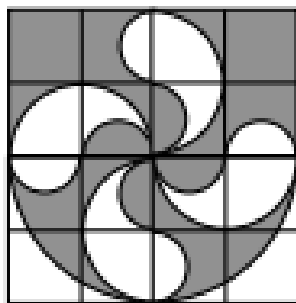
(A) 7 (B) 9 (C) 11 (D) 12 (E) 15

9. Se oito pipas idênticas forem arranjadas de forma a formar a figura abaixo, então o ângulo θ é igual a:



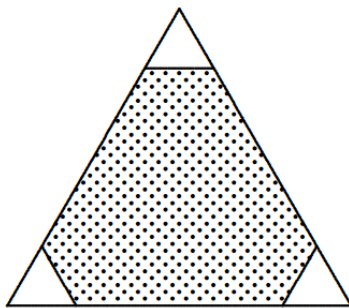
(A) 45° (B) 52° (C) 60° (D) 63° (E) 70°

10. A figura abaixo representa o emblema do clube de futebol do Antônio. O emblema é de duas cores e está dividido em 16 quadrados com 1 cm de lado, onde estão traçadas algumas semicircunferências. Qual é a área, em cm^2 , da região cinza?

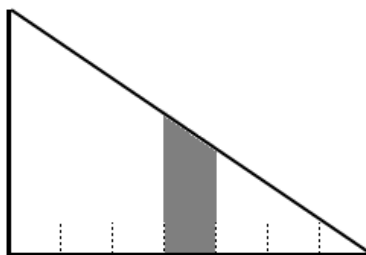


(A) 12π (B) $8\pi + 2$ (C) 12 (D) 8 (E) Nenhuma das anteriores

11. A soma dos dígitos do número $10^{2017} - 2017$ é
(A) 27 (B) 7.984 (C) 18.144 (D) 18.153 (E) Nenhuma das anteriores
12. Na equação $(10^{12} + 25.000)^2 - (10^{12} - 25.000)^2 = 10^n$ qual é o valor de n ?
(A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 16 (E) 17
13. De um triângulo equilátero de perímetro 75cm são retirados triângulos equiláteros de 5cm de lado como mostra a figura abaixo. O perímetro da figura resultante é



- (A) 45 cm (B) 55 (C) 60 cm (D) 65 cm (E) 210 cm
14. Samuel escreveu o número 3 no quadro negro. Depois ele apagou este número e escreveu o seu quadrado, o número 9. Depois ele apagou este número e escreveu seu quadrado, o número 81. Se ele faz este processo 2017 vezes, o dígito da unidade do último número escrito no quadro é
(A) 1 (B) 5 (C) 6 (D) 9 (E) Nenhuma das anteriores
15. Duas jarras iguais (mesmo volume), estão cheias com uma mistura de álcool e água na proporção 3 : 7 na primeira jarra e de 3 : 5 na segunda. Juntando-se o conteúdo das duas jarras, qual a proporção de álcool e água que obteremos na mistura:
(A) 1 : 2 (B) 36 : 35 (C) 18 : 35 (D) 27 : 53 (E) 19 : 51
16. Ao escrever todos os números naturais de 1 até 1000, o número de vezes que foi escrito o dígito 5 é
(A) 220 (B) 250 (C) 271 (D) 280 (E) 300
17. O quintal do Sr. Joaquim tem a forma de um triângulo retângulo e está dividido em sete canteiros de igual largura, como se indica na figura. A área do quintal é 21 m². Qual é a área do canteiro sombreado?



- (A) 5,5 (B) 6 (C) 3 (D) 3,5 (E) $\frac{7}{3}$

18. Em uma certa ilha há apenas dois tipos de pessoas: as que dizem sempre a verdade e as que dizem sempre mentira. Três moradores da ilha, Andrea, Bárbara e Carlos, estavam conversando entre si. Andrea disse “Bárbara sempre fala a verdade”. Bárbara disse “Andrea e Carlos sempre dizem a verdade”. Carlos disse “A Andrea mente”. Podemos afirmar que:
- (A) Os três dizem a verdade
 - (B) Andrea e Bárbara dizem a verdade e Carlos mente
 - (C) Andrea diz a verdade, e Bárbara e Carlos mentem
 - (D) Andrea e Bárbara mentem e Carlos diz a verdade
 - (E) Os três mentem
19. Em um certo planeta o número de dias em uma semana é o mesmo número de semanas em um mês, que por sua vez também é o mesmo número de meses em um ano. Se neste planeta existem 1000 dias em um ano quantos dias existem em uma semana?
- (A) 10 (B) 12 (C) $\frac{100}{3}$ (D) 100 (E) Nenhuma das anteriores
20. Se n é um inteiro positivo, qual(is), das seguintes afirmações sobre o número $(1 + n^3 + n^6 + n^9)$ é (são) sempre verdadeira(s)?
- I. $(1 + n^3 + n^6 + n^9)$ é um quadrado perfeito
 - II. $(1 + n^3 + n^6 + n^9)$ é um número composto
 - III. $(1 + n^3 + n^6 + n^9)$ é um número par
- (A) Apenas I.
 - (B) Apenas I. e II.
 - (C) Todas são verdadeiras
 - (D) Apenas II.
 - (E) Nenhuma é verdadeira