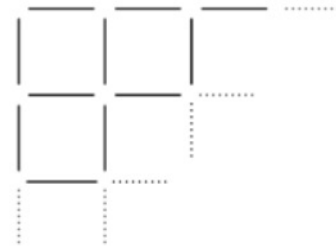


Problema 4. Vários palitinhos iguais foram usados para montar uma figura em formato de tabuleiro retangular que possui altura de 60 palitinhos e base de 32 palitinhos de base. Quantos palitinhos foram usados no total?



- a) 1920 b) 1952 c) 1980 d) 2013 e) 3932

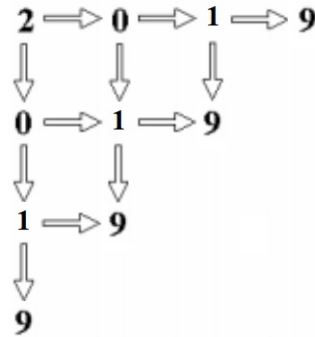
Problema 5. Uma aranha encontra-se no ponto A de sua teia e quer chegar ao ponto B sem passar mais de uma vez por um mesmo segmento da teia. Além disso, ao percorrer um segmento radial (em traço mais fino), ela deve seguir o sentido indicado pela flecha. Quantos são os caminhos possíveis?



- a) 11^3 c) 2×5^2 e) 5^3
 b) $11^3 \times 5^2$ d) $2^3 \times 5$

Respostas e Soluções.

Problema 1. Considere a figura a seguir.



De quantas formas diferentes podemos partir do 2 e formar a sequência 2019 seguindo as setinhas?

- a) 12 b) 11 c) 10 d) 8 e) 6

Solução para o Problema 1. A partir da figura vemos que do 2 temos duas opções de 0, de cada 0 temos duas opções de 1 e cada 1 temos duas opções de 9. Portanto, temos $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$ formas diferentes de formar o 2019. **(Letra D)**

Problema 2. Um número natural A de três algarismos detona um número natural B de três algarismos se cada algarismo de A é maior do que o algarismo correspondente de B. Por exemplo, 876 detona 345; porém, 651 não detona 542 pois $1 < 2$. Quantos números de três algarismos detonam 314?

- a) 120 b) 240 c) 360 d) 480 e) 600

Solução para o Problema 2. (OBM)

Um número de três algarismos abc detona 314 quando $4 \leq a \leq 9$, $2 \leq b \leq 9$ e $5 \leq c \leq 9$. Temos 6 possibilidades para o a, 8 para o b e 5 para o c. Pelo princípio multiplicativo, temos $6 \cdot 8 \cdot 5 = 240$ números abc que detonam 314. **(Letra B)**

Problema 3. João escreveu todos os números com menos de 4 dígitos usando apenas os algarismos 1 e 2 numa folha de papel e depois somou todos eles. O valor obtido foi:

- a) 2314 b) 3000 c) 1401 d) 2316 e) 1716

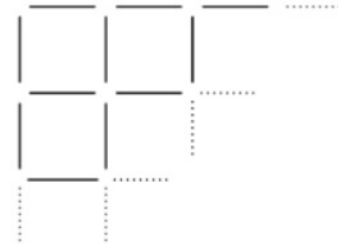
Solução para o Problema 3. (OBM)

Primeiro vamos contar quantos números João escreveu. Com 1 dígito ele tem duas opções 1 ou 2 e, portanto, 2 números. Com 2 dígitos ele tem duas opções para cada dígito, logo $2 \cdot 2 = 4$ números. Com 3 dígitos tendo duas opções para cada dígito são $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ números. São $2 + 4 + 8 = 14$ números. Veja que para cada quantidade de dígitos os números podem ser separados em pares com soma igual a um número formado apenas por dígitos 3. Por exemplo, os números 212 e 121 somados resultam em 333. Logo, com 1 dígito formamos $\frac{2}{2} = 1$ par de soma 3, com 2 dígitos formamos $\frac{4}{2} = 2$ pares de soma 33 e com 3 dígitos formamos $\frac{8}{2} = 4$ pares de soma 333. A soma total é

$$3 + 2 \cdot 33 + 4 \cdot 333 = 1401.$$

(Letra C)

Problema 4. Vários palitinhos iguais foram usados para montar uma figura em formato de tabuleiro retangular que possui altura de 60 palitinhos e base de 32 palitinhos de base. Quantos palitinhos foram usados no total?



- a) 1920 b) 1952 c) 1980 d) 2013 e) 3932

Solução para o Problema 4. (OBMEP)

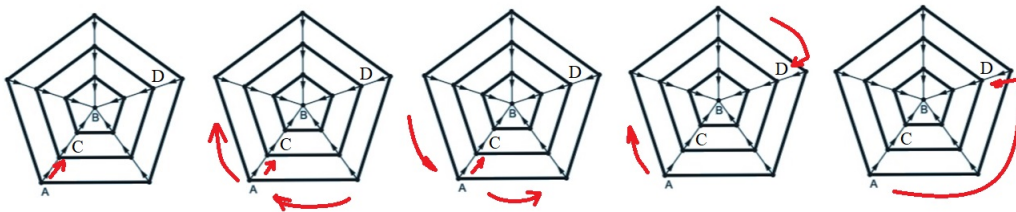
O tabuleiro possui $32 \cdot 60 = 1920$ quadradinhos. Observe que com exceção dos palitinhos do bordo cada palitinho participa de dois quadradinhos e cada quadradinho é formado por 4 palitinhos. No bordo há $32 + 60 + 32 + 60 = 184$ palitinhos. Logo, uma forma de contar os palitinhos é $\frac{1920 \cdot 4 - 184}{2} + 184 = 3932$. **(Letra E)**

Problema 5. Uma aranha encontra-se no ponto A de sua teia e quer chegar ao ponto B sem passar mais de uma vez por um mesmo segmento da teia. Além disso, ao percorrer um segmento radial (em traço mais fino), ela deve seguir o sentido indicado pela flecha. Quantos são os caminhos possíveis?



- a) 11^3 c) 2×5^2 e) 5^3
 b) $11^3 \times 5^2$ d) $2^3 \times 5$

Solução para o Problema 5. Note que a aranha deve fazer 3 transição de níveis até chegar ao centro. Sempre de um nível mais externo para um mais interno seguindo as setinhas. Vamos contar de quantas maneiras diferentes podemos ir de um nível para o nível seguinte. Para isso considere os pontos A, C e D nas figuras.



Suponha que chega-se a um nível no ponto A. Existem 3 maneiras de chegar no próximo nível no ponto C: seguir direto para C, dar uma volta no sentido horário e seguir para C e dar uma volta no sentido anti-horário e seguir para C. Lembre-se que podemos repetir o ponto A, mas não trechos da teia. Já para o ponto D temos 2 formas de chegar no próximo nível no ponto D seguindo no sentido horário ou no sentido nati-horário. Veja que há 4 pontos com o mesmo papel que o ponto D.

Assim, existem $3 + 4 \cdot 2 = 11$ formas de fazer a transição de nível e, como são 3 transições, temos 11^3 caminhos possíveis para a Aranha ir de A até B. **(Letra A)**

