

# PROPRIEDADES DE REGULARIDADE E RESOLUBILIDADE GLOBAIS PARA OPERADORES INVARIANTES À ESQUERDA EM GRUPOS DE LIE COMPACTOS

GABRIEL ARAÚJO

## RESUMO

Operadores diferenciais parciais lineares podem agir em diversos espaços de funções (generalizadas) dado que seus coeficientes sejam suficientemente regulares: funções suaves, reais-analíticas e/ou espaços de Gevrey, assim como seus espaços de funções generalizadas associados, apenas para citar alguns exemplos. Uma questão clássica em Equações Diferenciais Parciais é determinar propriedades de regularidade e resolubilidade (local, global ou semi-global; vários sabores de hipoeleptividade; estudo dos espaços de cohomologia para sistemas; e assim por diante) de tais operadores nesses espaços, não raro obtendo respostas radicalmente diferentes dependendo do espaço sob análise.

Contudo, alguns resultados na literatura estabelecem conexões entre tais propriedades para certas classes de operadores:

- (1) Greenfield (1972) demonstrou que para operadores de coeficientes constantes no toro hipoeleptividade global implica hipoeleptividade analítica global.
- (2) No contexto de complexos diferenciais associados a estruturas localmente integráveis, Caetano and Cordaro (2011) provaram que se num dado grau do complexo tem-se resolubilidade local suave então também vale a resolubilidade local Gevrey (no mesmo grau). Usando métodos similares, Ragnette (2018) relacionou tais propriedades com a de resolubilidade local no sentido de ultradistribuições Gevrey.
- (3) Ainda no contexto de estruturas localmente integráveis, Malaspina e Nicola (2014) conjecturaram uma outra conexão entre resolubilidade local suave e Gevrey (um tipo de recíproca do resultado de Caetano e Cordaro), questão esta que permanece em aberto exceto por alguns casos particulares.
- (4) Em um trabalho recente em conjunto com Cordaro relacionamos, também para estruturas localmente integráveis, resolubilidade local suave e uma propriedade denominada *resolubilidade semi-local analítica*.

No presente trabalho estamos interessados em propriedades globais de sistemas de operadores invariantes à esquerda em grupos de Lie compactos: propriedades de regularidade, de imagem fechada e dimensão dos espaços de cohomologia associados, em diversos espaços de funções. Estendendo os métodos de Greenfield e Wallach (1973) para sistemas, obtemos caracterizações abstratas destas propriedades e as utilizamos para provar algumas generalizações do resultado de Greenfield, bem como versões globais do resultado de Caetano e Cordaro, agora para estruturas involutivas invariantes à esquerda.

Trabalho em andamento em colaboração com Max R. Jahnke e Luis F. Ragnette (UFSCar).

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E DE COMPUTAÇÃO  
E-mail address: gabriel.cueva.araujo@usp.br